

Examen Analyse Oefeningen

dr Werner Peeters

1e kandidatuur natuurkunde — 2e zittijd 2001–2002

Gebruik van een rekenoestel is niet toegelaten! * Onleesbaar = fout! * Nummer de vragen, en schrijf op elk blad je naam. * Gebruik geen numerieke afrondingen en geen komma's. * VEEL SUCCES!

1. Beschouw de volgende rij functies voor alle $n \in \mathbb{N}_0$:

$$f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto \begin{cases} -x - \frac{\sqrt{2}}{n} & \text{als } x \leq -\frac{\sqrt{2}}{2n} \\ -\sqrt{\frac{1}{n^2} - x^2} & \text{als } -\frac{\sqrt{2}}{2n} \leq x \leq \frac{\sqrt{2}}{2n} \\ x - \frac{\sqrt{2}}{n} & \text{als } x \geq \frac{\sqrt{2}}{2n} \end{cases}$$

- Teken f_1 , f_2 en f_3 .
- Bewijs dat alle functies f_n differentieerbaar zijn.
- Bereken hiervan de puntsgewijze limiet
- Is deze puntsgewijze limiet uniform?

2. Bewijs dat in een metrische ruimte X de volgende betrekking geldt:

$$|d(x, y) - d(z, w)| \leq d(x, z) + d(y, w)$$

3. Los de volgende differentiaalvergelijking op:

$$y'' - \frac{y'}{x} + \frac{1-x}{x}y = 4xe^x$$

Zoek eerst een oplossing van de geassocieerde niet-homogene vergelijking.

4. Onderzoek de convergentie van de reeks $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{3^n \ln n}$