

Oefening t.b.v. het examen van
kanstheorie en statistiek
1^e kandidatuur Natuurkunde

Pierre Van Mechelen *

23 mei 2002

De bi-normale verdeling

Zij z_1 en z_2 twee onafhankelijke, normaal verdeelde random getallen met $\langle z_1 \rangle = \langle z_2 \rangle = 0$ en $\sigma_{z_1}^2 = \sigma_{z_2}^2 = 1$. Verder geldt:

$$x_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1+\rho} \cdot z_1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1-\rho} \cdot z_2$$
$$x_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1+\rho} \cdot z_1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1-\rho} \cdot z_2$$

1. Bewijs dat de randomgetallen (x_1, x_2) bi-normaal verdeeld zijn met gemiddelde 0, dispersie 1 en correlatie-coëfficiënt ρ .
2. Verifieer dit aan de hand van een simulatie van (x_1, x_2) :
 - Maak een twee-dimensionaal histogram van deze verdeling.
 - Bereken de gemiddelden van x_1 en x_2 en hun varianties.
 - Bereken de correlatie-coëfficiënt.
3. Bepaal empirisch de waarschijnlijkheidsverdeling van $\langle x_1 x_2 \rangle$ en van de correlatie-coëfficiënt $\rho = \langle x_1 x_2 \rangle / \sqrt{\langle x_1^2 \rangle \langle x_2^2 \rangle}$. Zijn deze verdelingen Gaussisch?

*De verantwoordelijkheid voor eventuele fouten in dit document berust bij de tekstbezorger (Filip Lambrechts) en niet bij de auteur van de vragen.