

Examen oefeningen theoretische mechanica

1^e kandidatuur Natuurkunde

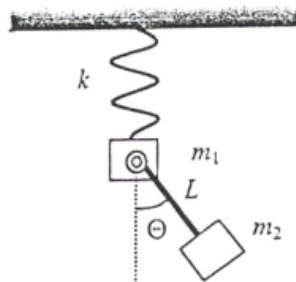
G. Tisson *

11 juni 2002

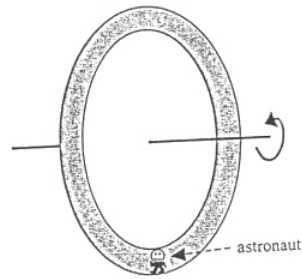
1. Een massa m_1 is bevestigd aan een ideale veer, die op haar beurt is opgehangen aan het plafond. De massaloze veer kan uitsluitend in verticale richting bewegen. Aan m_1 is een slinger bevestigd met massa m_2 . De ruimte is vacuüm. Het systeem bevindt zich in het zwaarteveld van de aarde (zie figuur 1).
 - (a) Bepaal het aantal vrijheidsgraden. Geef de Lagrangiaan van dit systeem.
 - (b) Geef de Euler-Lagrange bewegingsvergelijking(en). Ga dan, indien zo niet gestart, voor lengte over op een nieuwe vrijheidsgraad, de lengteverandering $\Delta\ell$ t.o.v. de veerlengte in rust met stilhangende massa's (bepaal dus eerst deze lengte).
 - (c) Maak een benadering voor kleine uitwijkingen en verwaarloos ook tweede en hogere machten van de uitwijkingen en hun tijdsafgeleiden.
 - (d) Los de vergelijkingen op en bespreek. Had je dit verwacht?
 - (e) Geef de Hamiltoniaan en vergelijk met de Lagrangiaan.
2. Een ruimtestation is uitgevoerd in de vorm van een wiel met diameter d en massa M . Om een kunstmatige zwaartekracht op te wekken laat men het station om zijn as draaien (zie figuur 2).
 - (a) Welke schijnversnellingen ondervindt een astronaut die binnen het station met een snelheid v rondloopt in drie richtingen: langs de omtrek, van/naar de rotatie-as in het centrum, en parallel aan de as. Vermeld telkens zowel de grootte van de kracht als de richting.
 - (b) Bepaal de 3 hoofdtraagheidsmomenten van het station. Beschouw hiervoor het station als een ideale ring met dikte nul, diameter d en homogeen verdeelde massa M .
 - (c) Toon aan m.b.v. de Eulervergelijkingen dat het systeem een precessiebeweging maakt en dus geen perfecte rotatie uitvoert rond de symmetrie-as. Bepaal de precessiefrequentie in functie van M en d . Wat ziet een waarnemer verbonden aan het ruimtestation? Wat ziet een inertiële waarnemer? Verduidelijk dit (gedrag van de rotatie-as, symmetrie-as, draai-impuls) met een figuur.
 - (d) Hoe zou je praktisch voor deze precessie kunnen corrigeren?

*De verantwoordelijkheid voor eventuele fouten in dit document berust bij de tekstbezorger (Filip Lambrechts) en niet bij de auteur van de vragen.

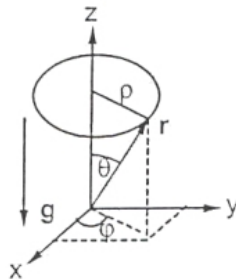
3. Een deeltje met massa m beweegt in een uniform constant gravitatieveld over een kegeloppervlak met as $\parallel \vec{g}$ en tangens halve tophoek $= a$. Coördinaten op het kegeloppervlak zijn de hoogte z en azimuth φ en ρ de afstand tot de z -as (zie figuur 3).
- Schrijf de Lagrangiaan en Hamiltoniaan neer voor dit systeem in gepaste veralgemeende coördinaten. Vergelijk.
 - Is het massapunt gebonden? Geef de bewegingsvergelijkingen.
 - Onderzoek de benadering $a \ll 1$ en bespreek. Kan je nog een andere benadering uitwerken?



Figuur 1: Ideale veer met massa en slinger



Figuur 2: Ruimtestation



Figuur 3: Deeltje in gravitatieveld